

概率的主要知识点罗列如下:

1.排列与组合

1. n 个不同的物品不重复地取出 r 个,排成一排,则对应的排法有

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)\dots(n-r+1)$$

2. 排列数

$$P_n^n = n(n-1)\dots 2 \cdot 1 = n! \quad P_n^0 = 1 \quad P_0^0 = 1$$

3. n 个不同的物品有重复地取出 r 个,则排列数为 n^r
4. n 个物品中,有 n_1 个 a , n_2 个 b , n_3 个 c \dots,则这 n 个物品的排成一排,排列数为

$$\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots} \quad (n_1+n_2+n_3+\dots = n)$$

5. n 个不同的物品不重复地取出 r 个,这 r 个的组合数(不考虑顺序)为

$$C_n^r = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

6. $C_n^n = 1, C_n^0 = 1$
7. n 个不同的物事有重复地取出 r 个,组合数为

$$C_{n+r-1}^r = \frac{n(n+1)\dots(n+r-1)}{r!}$$

2.二项式定理

1. a, b 是任意的数, n 是正整数,则有

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n C_n^r a^{n-r} b^r = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^n b^n$$

2. $a=1, b=x$ 时,

$$(1+x)^n = \sum_{r=0}^n C_n^r x^r = C_n^0 + C_n^1 x + \dots + C_n^n x^n$$

3. α 是任意实数, $|x| < 1$ 时

$$(1+x)^\alpha = \sum_{r=0}^{\infty} C_{\alpha}^r x^r = C_{\alpha}^0 + C_{\alpha}^1 x + \dots + C_{\alpha}^r x^r + \dots$$

$$C_{\alpha}^0 = 1, C_{\alpha}^1 = \alpha, C_{\alpha}^2 = \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-r+1)}{r!} x^r + \dots$$

4. $t_1, t_2, \dots, t_k$ 是任意的数, n 和 k 是正整数

$$(t_1 + t_2 + \dots + t_k)^n = \sum \frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_k!} t_1^{r_1} t_2^{r_2} \dots t_k^{r_k}$$

这里 $\sum$ 表示的是满足 $r_1 + r_2 + \dots + r_k = n$ 的所有 $(r_1, \dots, r_k)$ 的组合

事件

全体事件,记为 Ω , 空事件: $\emptyset$ 事件A的补记作 A^c 和事件 $A_1 \cup A_2$, 交事件 $A_1 \cap A_2$, 互斥事件 $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

概率基本定理

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$
3. $P(A^c) = 1 - P(A)$
4. $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$
5. 如果 A_1, A_2 互斥,则有 $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$
6. 扩展到n个事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是互斥的,

则有 $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ (加法定理)

条件概率与独立性

1. 当 $P(A_1) > 0$ 时, $P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)}$

这表示 A_1 发生的情况下, A_2 发生的概率.

2. 如果 A_1 和 A_2 相互独立,在 $P(A_1) > 0$ 时, $P(A_2|A_1) = P(A_2)$
3. 在 $P(A_1) > 0$ 时, $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1) = P(A_2)P(A_1|A_2)$
4. 如果 A_1 和 A_2 相互独立,则有 $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$
5. 当 $P(A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}) > 0$ 时,有 $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$ 乘法定理
6. 如果 $A_1, \dots, A_n$ 是均相互独立,则有 $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \dots P(A_n)$

From:
<https://www.trident365.com/> - 三叉戟

Permanent link:
<https://www.trident365.com/doku.php?id=areas:%E5%A4%A7%E5%AD%A6%E9%99%A2:%E6%A6%82%E7%8E%87%E8%AE%BA>

Last update: 2025/01/18 20:00

